## 基础课59 离散型随机变量及其分布列、数字特征

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. （改编）某人进行射击，共有4发子弹，击中目标或子弹打完就停止射击，射击次数为，则“”表示的试验结果是（ B ）.

A. 第3次击中目标 B. 前3次未击中目标 C. 前4次未击中目标 D. 第4次击中目标

[解析]因为击中目标或子弹打完就停止射击，所以射击次数 说明前3次未击中目标,故选.

2. 设离散型随机变量的分布列为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  |  | 0.4 | 0.1 | 0.2 | 0.2 |

若离散型随机变量满足，则下列结果错误的是（ B ）.

A. B. ，

C. ， D. ，

[解析]因为，所以，故 正确；，，故 错误，正确；因为，所以，，故 正确.故选.

3. 已知随机变量的分布列是

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
|  |  |  |  |

则（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]由分布列的性质可得，解得，所以，因此.故选.

4. （改编）已知随机变量的概率分布规律为，其中为常数，则（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]，

，.

.故选.

5. 某企业计划加大技术改革力度，需更换一台设备，现有两种品牌的设备可供选择，品牌设备需投入60万元，品牌设备需投入90万元，企业对两种品牌设备的使用年限情况进行了抽样调查，结果如表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 品牌的使用年限/年 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 概率 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| 品牌的使用年限/年 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 概率 | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.2 |

更换设备技改后，每年估计可增加效益100万元，从年均收益的角度分析，应该（ B ）.

A. 不更换设备 B. 更换为品牌设备

C. 更换为品牌设备 D. 更换为品牌或品牌设备均可

[解析]设更换为 品牌设备的使用年限为，则，更换为 品牌设备的年均收益为（万元）；设更换为 品牌设备的使用年限为，则，更换为 品牌设备的年均收益为（万元）.因为，所以应该更换为 品牌设备.故选.

6. 已知某口袋中有3个白球和个黑球，现从中随机取出一个球，再放入一个不同颜色的球，记换好球后袋中白球的个数是.若，则（ B ）.

A. B. 1 C. D. 2

[解析]由题意得 的所有可能取值为2,4，且，，，解得，

，，.故选.

7. 已知随机变量 的分布列如表所示：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  |  |  |  |

若，，成等差数列，则函数 有且只有一个零点的概率为（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]由题意知，，，，且，

，解得，又由函数 有且只有一个零点，即关于 的一元二次方程 只有一个实数根，可得，解得，所以,故选.

8. （改编）设，随机变量的分布列是

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 |  | 1 |
|  |  |  |  |

则当在内逐渐增大时,（ C ）.

A. 减小 B. 不变

C. 先减小后增大 D. 先增大后减小

[解析],

随 的增大而增大.

,,先减小后增大,故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）已知随机变量的分布列如表所示：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 0 | 1 |
|  |  |  |  |

记“函数是偶函数”为事件，则下列结论正确的是（ BC ）.

A. B. C. D.

[解析]由随机变量的分布列知，，故 正确；

，故 错误；

“函数 是偶函数”为事件，

满足条件的事件 的 的所有可能取值为 或1，

，故 正确，错误.故选.

10. （多选题）甲、乙两位同学玩纸牌游戏（纸牌除了颜色不同，没有其他任何区别），他们手里先各持4张牌，其中甲手里有2张黑牌，2张红牌，乙手里有3张黑牌，1张红牌，现在两人都各自随机地拿出一张牌进行交换，交换后甲、乙手中的红牌数分别为，，则（ AD ）.

A. B. C. D.

[解析]记“甲取出一张红牌”为事件，“乙取出一张红牌”为事件，则，，则 的所有可能取值为1,2,3，且，则，，，所以，所以，,故选.

11. 现有10件商品，其中3件瑕疵品、7件合格品，若从这10件商品中任取2件，设取到件瑕疵品，则的数学期望是  .

[解析]依题意，的所有可能取值是0,1,2，，，，，所以 的数学期望是.

12. （双空题）一个袋中共有10个大小相同的黑球、白球和红球，这些球除颜色外材质、大小均相同.已知从袋中任意摸出2个球，至少得到1个白球的概率是，则白球的个数为5.若从袋中任意摸出3个球，记得到白球的个数为 ，则随机变量 的数学期望  .

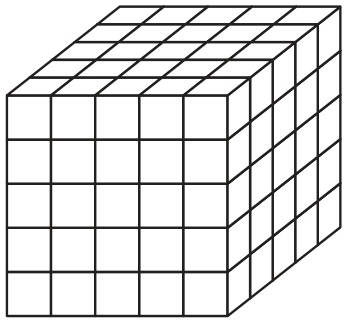
[解析]设白球的个数为，从袋中任意摸出2个球，至少得到1个白球的概率是，则，化简得，解得 或（舍去），由题设知 的所有可能取值是0,1,2,3，，，，,则随机变量 的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  |  |  |  |  |

所以.

#### 应用情境练

13. 如图，这是一个正方体，现将其六面都涂上颜色，放干后再切割为125个同样大小的正方体，然后放在足够大的容器内均匀搅拌，若从中随机取出一个小正方体记它涂有颜色的面数为，则的数学期望为  .



[解析]根据题意，正方体内部有 个小正方体没有被涂上颜色，仅有一面被涂上颜色的有 个，仅有两个面涂上颜色的有 个，有三个面涂上颜色的共有8个，故随机变量 的所有可能取值为0,1,2,3.于是，，，.故 的数学期望.

14. 某投资公司准备将1000万元投资到“低碳”项目上，现有两个项目供选择：

项目一：新能源汽车.据市场调研，投资到该项目上，到年底可能获利，也可能亏损，且这两种情况发生的概率分别为和.

项目二：通信设备.据市场调研，投资到该项目上，到年底可能获利，可能损失，也可能不赔不赚，且这三种情况发生的概率分别为，和.

针对以上两个投资项目，请你为投资公司选择一个较为合理的项目，并说明理由.

[解析]若按项目一投资，设获利为 万元，则 的分布列为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 300 |  |
|  |  |  |

,

.

若按项目二投资，设获利为 万元，则 的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 500 |  | 0 |
|  |  |  |  |

,

，，

这说明虽然项目一、项目二获利相等，但项目一更稳妥.

综上所述，建议该投资公司选择项目一投资.

#### 创新拓展练

15. 一个射箭运动员在练习时只记射中9环和10环的成绩，未射中9环或10环就记为0环.该运动员在练习时，射中10环的概率为，射中9环的概率为，既未射中9环也未射中10环的概率为.若已知该运动员一次射箭射中环数的期望为9环，则当取最小值时，的值为  .

[解析]由该运动员一次射箭射中环数的期望为9环，得，所以，当且仅当，即 时，取得最小值，解得,,此时.

16. 有9个外观相同的同规格砝码,其中1个由于生产瑕疵导致质量略有增加,小明想通过托盘天平称量出这个有瑕疵的砝码,设计了如下两种方案,方案一：每次从待称量的砝码中随机选2个,分别放在天平的左、右托盘上,若天平平衡,则选出的2个砝码是没有瑕疵的，否则,有瑕疵的砝码在下降的一侧，按此方法,每个砝码称量一次，直到找出有瑕疵的砝码为止.方案二：从待称量的砝码中随机选8个,按个数平分后分别放在天平的左、右托盘上,若天平平衡,则未被选出的那个砝码是有瑕疵的，否则,有瑕疵的砝码在下降的一侧,每次再将该侧砝码按个数平分,分别放在天平的左、右托盘上,直到找出有瑕疵的砝码为止.

（1）记方案一的称量次数为随机变量,求的分布列;

（2）上述两种方案中,小明应选择哪种方案可使称量次数的期望较小?并说明理由.

[解析]（1）由题意知,,2,3,4,

,,,,

所以 的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  |  |  |  |  |

（2）由（1）知,.

设方案二的称量次数为随机变量为,则,3，

,,

,

所以小明应选择方案一可使称量次数的期望较小.